Exercices

1. Si l'on suppose une fonction de production classique $Y = K^{\alpha}N^{1-\alpha}$, est-ce que le produit marginal du **travail** augmente ou diminue quand le capital augmente? Montrez l'effet d'une augmentation du capital sur le nombre de travailleurs et la production.

   RE: Pour $K, N > 0$ et $0 < \alpha < 1$, le produit marginal du travail est $PML = \frac{\partial Y}{\partial N} = (1-\alpha)K^{\alpha}N^{-\alpha} > 0$. De plus,

   $$\frac{\partial PML}{\partial K} = \alpha(1-\alpha)K^{\alpha-1}N^{-\alpha} > 0.$$

   Ainsi, chaque fois que le capital augmente, les travailleurs deviennent plus productifs.

   L'augmentation de K produit une augmentation de la **demande** de travail. Avec une offre de travail croissante, il y aura plus d'emploi dans l'économie et le salaire réel augmentera. Si l'offre de travail est verticale, comme dans l'exercice 5, l'emploi reste fixe et seul le salaire réel augmente. Dans les deux cas, l'économie produit davantage puisque le capital augmente. NB: Il faut noter que l'augmentation du capital déplace la courbe de production vers le haut.

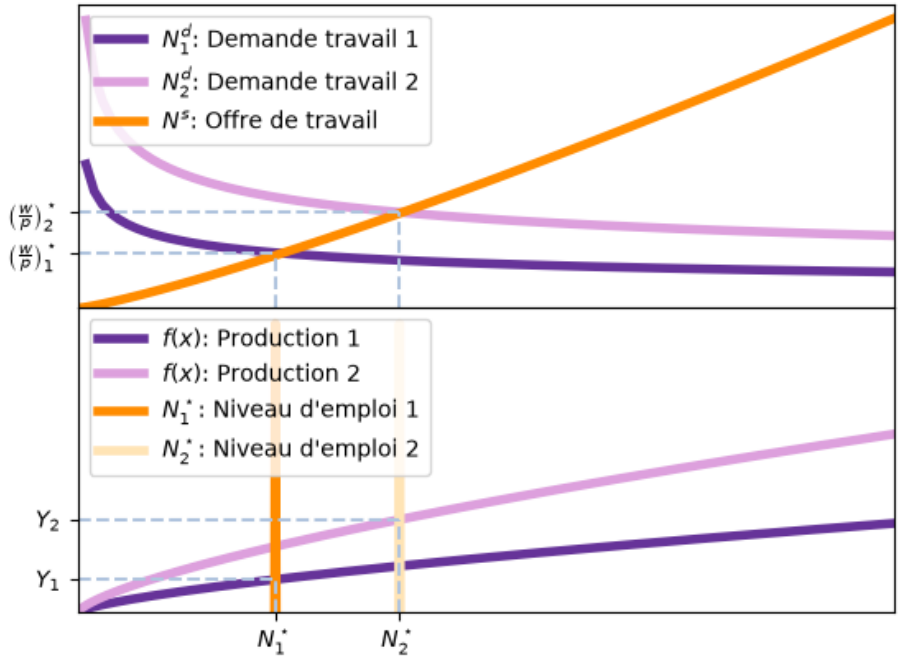

Figure 1: ex1

2. Imaginons que l'économie connaît une expansion soudaine du niveau de capital. Dans le modèle statique des fonds prêtables, supposez que les impôts et les dépenses publiques sont fixes, que la propension marginale à consommer est comprise entre 0 et 1 et que la demande d'investissement ne se déplace pas. Quel est l'effet sur le taux d'intérêt d'équilibre?

   RE: Dans le modèle statique des fonds prêtables, supposons que $C = C(Y - T)$ avec $0 < C'(Y - T) < 1$, que T et G sont fixes et que la demande d'investissement $I(r)$ ne se déplace pas. Une augmentation du capital permet alors à l'économie de produire davantage. Pour répondre à la question il faut analyser le marché de l'emprunt.

   La production vient d'augmenter et, avec le niveau d'impôts fixe $\bar{T}$ et les dépenses publiques fixes $\bar{G}$, l'épargne privée augmente.

$$S^G = \bar{T} - \bar{G} \rightarrow \text{inchangé}$$

$$S^P = Y - C(Y - \bar{T}) - \bar{T} \rightarrow \text{augmente}$$

   En conséquence, l'offre de fonds prêtables se déplace vers la droite et le taux d'intérêt diminue.

3. Quel est l'effet de l'introduction d'une **taxe sur le revenu du travail** à payer par les travailleurs sur le **niveau de prix**? Supposez que l'effet de substitution domine dans l'offre de travail et que la quantité de monnaie et sa vitesse de circulation restent constantes.

RE: Dans le cas usuel où l'effet de substitution domine, la taxe réduit l'offre de travail. En effet, pour un même nombre d'heures travaillées, les travailleurs reçoivent un salaire net plus faible, ce qui les décourage d'offrir du travail. En conséquence, l'offre de travail diminue et le salaire réel brut payé par les entreprises augmente. Le salaire réel net reçu par les travailleurs ne doit pas nécessairement augmenter.

La diminution du nombre de travailleurs produit aussi une diminution de la quantité produite, car $Y = F(K, N)$ diminue si N le fait. Si l'offre de monnaie et la vitesse restent inchangées, l'équation quantitative implique que le niveau des prix augmente lorsque Y diminue:

$$P = \frac{\bar{V}\bar{M}}{Y} \implies Y \downarrow \rightarrow P \uparrow .$$

La même quantité nominale de monnaie correspond alors à une quantité plus faible de biens produits.

4. Lors du débat pour les élections présidentielles des USA en 1984, Walter Mondale disait "on est tous d'accord que le déficit du gouvernement affecte le taux d'intérêt". Selon le modèle classique, est-ce vrai ou faux ?

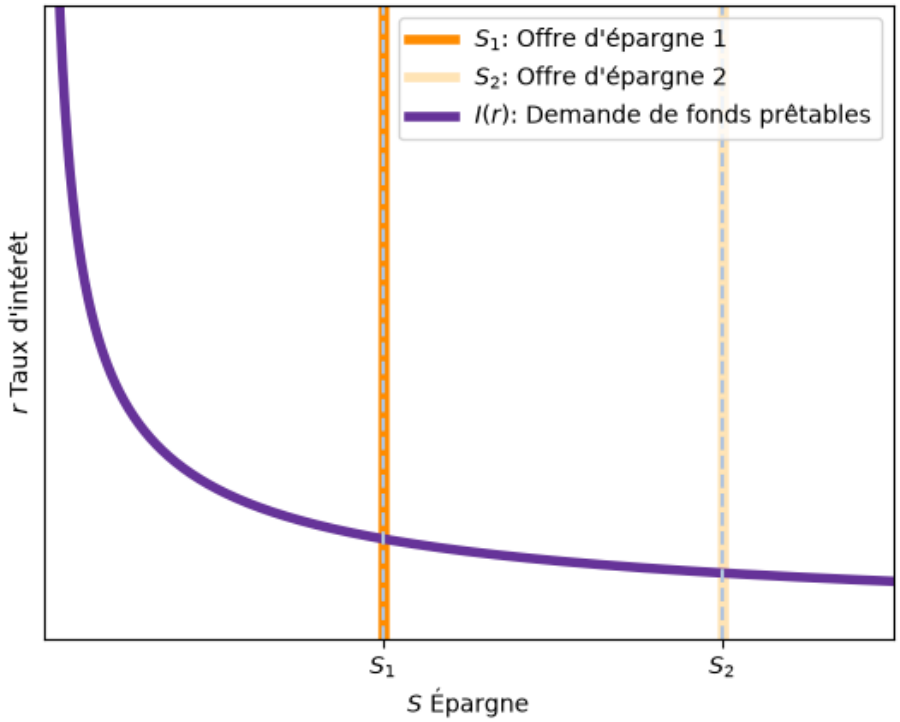
S_1: Offre d'épargne 1
S_2: Offre d'épargne 2
$I(r)$: Demande de fonds prêtables
r Taux d'intérêt
S_1
S_2
S Épargne

Figure 2: ex2

RE: La réponse est vraie dans le modèle classique standard, si l'épargne privée ne compense pas la baisse de l'épargne publique et si la demande d'investissement reste inchangée. Une augmentation du déficit signifie moins d'épargne publique et donc moins d'épargne nationale. L'offre de fonds prêtables se déplace vers la gauche: le taux d'intérêt augmente et l'investissement privé diminue. Cette diminution de l'investissement est l'effet d'éviction (*crowding out*).

5. Imaginez une économie classique avec une fonction de production $Y_t = K_t^{\frac{1}{3}} \bar{N}^{\frac{2}{3}}$. Veuillez noter que le nombre de travailleurs est fixe, disons que $\bar{N} = 1000$ toujours. Cela implique que l'offre de travail est une droite verticale à $N = \bar{N} = 1000$. Notons aussi que le niveau de capital K n'est pas fixe, mais il change avec le temps: nous avons écrit Y_t et K_t !.

- À chaque période, les dépenses publiques sont constantes : $G_t = 100$ pour tout $t \geq 0$.
- La consommation des ménages est $C_t = 0.8Y_t$.
- Les impôts sont 0.

Pour montrer à quoi sert l'investissement, notre économie est dynamique. Ainsi, le niveau de capital change avec les investissements selon

$$K_{t+1} = K_t + I_t - \delta K_t$$

où $\delta = 0.1$ est la dépréciation du capital. L'équation indique que, si aujourd'hui le capital est $K_t = 100$, l'investissement est $I_t = 20$, demain le capital sera $100 + 20 - 0.1 \times 100 = 110$.

1. Si le niveau de capital initial $K_0 = 500$, calculez le niveau de capital à long-terme, quand $t \to \infty$. Astuce: trouvez une fonction qui relie K_{t+1} et K_t et, ensuite, utilisez Excel pour itérer pendant plusieurs périodes.

RE: Comme $Y_t = K_t^{\frac{1}{3}} \bar{N}^{\frac{2}{3}}$ on sait aussi que $C_t = 0.8Y_t = 0.8K_t^{\frac{1}{3}} \bar{N}^{\frac{2}{3}}$. En conséquence, l'épargne totale est

$$\begin{aligned} S_t = S^P + S^G &= Y_t - C_t - G_t && (1) \\ &= 0.2Y_t - 100 && (2) \\ &= 0.2K_t^{\frac{1}{3}} 1000^{\frac{2}{3}} - 100 && (3) \end{aligned}$$

Comme l'équilibre dans le marché des fonds prêtables est $I_t = S_t$, nous avons $I_t = 0.2K_t^{\frac{1}{3}} 1000^{\frac{2}{3}} - 100$ Finalement:

$$K_{t+1} = K_t + I_t - \delta K_t \tag{4}$$

$$K_{t+1} = K_t + 0.2K_t^{\frac{1}{3}}1000^{\frac{2}{3}} - 100 - 0.1K_t \tag{5}$$

$$K_{t+1} = 0.9K_t + 0.2K_t^{\frac{1}{3}}1000^{\frac{2}{3}} - 100 \tag{6}$$

En fait, nous cherchons un point stationnaire $K_{t+1} = K_t = \bar{K}$. Ainsi:

$$\bar{K} = 0.9\bar{K} + 0.2\bar{K}^{\frac{1}{3}}100 - 100 \tag{7}$$

$$\bar{K} = 0.9\bar{K} + 20\bar{K}^{\frac{1}{3}} - 100 \tag{8}$$

$$0.1\bar{K} = 20\bar{K}^{\frac{1}{3}} - 100 \tag{9}$$

Les deux points stationnaires positifs sont $\bar{K} = 1000$ et $\bar{K} = [5(\sqrt{5}-1)]^3 \simeq 236.068$. Le point inférieur est instable et le point $\bar{K} = 1000$ est stable. Comme $K_0 = 500$ se trouve entre les deux, le capital augmente et converge vers $\bar{K} = 1000$.