Exercices

1. Une réduction des impôts pour les pauvres plutôt que pour les riches est non seulement plus juste, mais aussi elle sert à stimuler l'économie plus. Vraie ou fausse ? Astuce: pensez à la propension marginale à la consommation (et à l'épargne) des pauvres et des riches

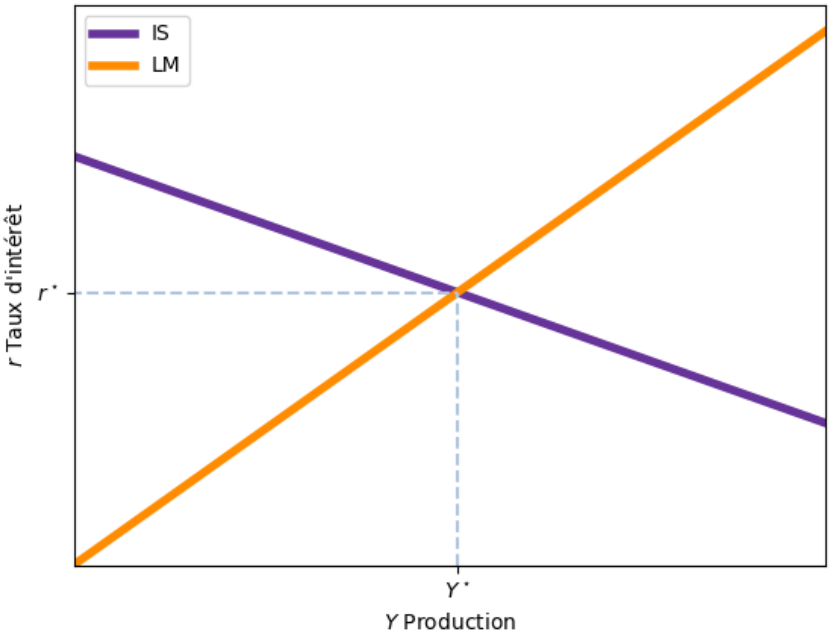
   RE: Vraie dans le modèle keynésien simple, pour deux réductions d'impôts de même montant, si les ménages pauvres ont une propension marginale à consommer plus élevée. Le multiplicateur keynésien des impôts est $-\frac{c_1}{1-c_1}$: sa valeur absolue augmente avec la propension marginale à consommer c_1. Plus la propension marginale à consommer est élevée, plus l'augmentation de la production causée par une réduction d'impôts d'une taille donnée est importante.
   Il devrait être intuitif que les personnes pauvres ont tendance à dépenser une plus grande fraction de leur revenu, et qu'elles dépenseraient une plus grande fraction de tout ajout à leur revenu. Ainsi, la propension marginale à consommer est plus élevée pour les personnes pauvres, et le multiplicateur fiscal serait plus important si la réduction d'impôts leur est destinée plutôt qu'aux riches.

2. On décrit une économie avec les courbes IS-LM suivantes:

$$Y = \overbrace{3 + 0.7(Y - 2)}^{C(Y-T)} + \overbrace{2 - 0.4r}^{I} + \overbrace{4}^{G} \tag{1}$$

$$30 = 3Y - 2r \tag{2}$$

   1. Tracez les courbes IS-LM sur le même plan.



RE:

2. Calculez le niveau de production et le taux d'intérêt d'équilibre.

RE:

$$Y = \overbrace{3 + 0.7(Y-2)}^{C(Y-T)} + \overbrace{2 - 0.4r}^{I} + \overbrace{4}^{G} \tag{3}$$

$$30 = 3Y - 2r \tag{4}$$

Avec la deuxième équation

$$r = \frac{3Y - 30}{2} \tag{5}$$

Si on l'introduit dans la première, nous trouvons le niveau de production d'équilibre.

$$Y = 3 + 0.7(Y-2) + 2 - 0.4 \overbrace{\left(\frac{3Y-30}{2}\right)}^{r} + 4 \tag{6}$$

$$0.3Y = 13.6 - 0.6Y \tag{7}$$

$$0.9Y = 13.6 \tag{8}$$

$$Y^\star = \frac{136}{9} \simeq 15.11 \tag{9}$$

Ainsi, $r^\star = \frac{3Y^\star - 30}{2} = \frac{23}{3} \simeq 7.67$.

3. Supposez qu'on peut décrire une économie avec les courbes IS et LM suivantes:

$$Y = 120 + 0.8(Y - T) + 1/r + G \tag{10}$$

$$\frac{M^s}{p} = \frac{Y}{r} \tag{11}$$

Si $G = 50$, $T = 25$ et $\frac{M^s}{p} = 100$, calculez le niveau de revenu ($Y^\star$) et le taux d'intérêt ($r^\star$) d'équilibre.

RE:

$$100 = \frac{Y}{r} \implies r = \frac{Y}{100} \tag{12}$$

$$Y = 120 + 0.8(Y - 25) + \frac{100}{Y} + 50 \tag{13}$$

$$0.2Y = 120 - 20 + 50 + \frac{100}{Y} \tag{14}$$

$$0.2Y = 150 + \frac{100}{Y} \tag{15}$$

$$0.2Y^2 = 150Y + 100 \tag{16}$$

$$Y^\star = 375 + 5\sqrt{5645} \simeq 750.67 \tag{17}$$

$$r^\star = \frac{Y^\star}{100} \simeq 7.51 \tag{18}$$

L'autre racine, $375 - 5\sqrt{5645} \simeq -0.67$, est rejetée car un revenu négatif n'est pas admissible.

4. Imaginons une économie qui se décrit avec la courbe IS suivante: $Y = \overbrace{5 + 0.8(Y - 4)}^{C} + \overbrace{3 - 0.2r}^{I(r)} + 4$ Pour cette économie, la demande d'encaisses réels est $L(Y, r) = 2Y - 3r$. Si la banque centrale veut que le taux d'intérêt soit $r^\star = 1$, quelle offre d'encaisses réelles est nécessaire?

RE: $\frac{M^s}{p} = 83$ Si l'on veut que $r^\star = 1$, le revenu de l'économie est $Y = 5 + 0.8(Y - 4) + 3 - 0.2 \times 1 + 4 \implies Y = 43$. Ainsi, l'offre d'encaisses réels doit être: $\frac{M^s}{p} = 2 \times 43 - 3 \times 1 = 83$.

5. On suppose une économie qui se décrit avec les courbes IS-LM suivantes:

$$Y = c_0 + c_1(Y - 2) + \frac{1}{r} + 5 \tag{19}$$

$$30 = \frac{3Y}{r} \tag{20}$$

$$\tag{21}$$

   1. Calculez le niveau de revenu et le taux d'intérêt d'équilibre quand $c_0 = 50$ et $c_1 = 0.5$.

RE: Nous allons le calculer de manière générale pour c_0, c_1. Avec la deuxième équation nous avons

$$r = \frac{3Y}{30} \tag{22}$$

Ainsi

$$Y(1-c_1) = 5 - 2c_1 + c_0 + \overbrace{\frac{30}{3Y}}^{\frac{1}{r}} \tag{23}$$

$$(1-c_1)Y^2 = (5 - 2c_1 + c_0)Y + 10 \tag{24}$$

$$Y^\star = \frac{5 + c_0 - 2c_1 + \sqrt{65 + 10c_0 + c_0^2 - 60c_1 - 4c_0c_1 + 4c_1^2}}{2 - 2c_1} \tag{25}$$

$$r^\star = \frac{5 + c_0 - 2c_1 + \sqrt{65 + 10c_0 + c_0^2 - 60c_1 - 4c_0c_1 + 4c_1^2}}{20 - 20c_1} \tag{26}$$

Si $c_0 = 50, c_1 = 0.5 \implies Y^\star \simeq 108.18, r^\star \simeq 10.82$.

2. Imaginez que les consommateurs font plus de confiance dans l'économie et qu'ils augmentent le niveau de consommation autonome c_0 de $c_0 = 50$ à $c_0 = 51$ Quel est ne nouveau équilibre?

RE: Si $c_0 = 51, c_1 = 0.5 \implies Y^\star \simeq 110.18, r^\star \simeq 11.02$.

3. (Difficile) Calculez l'effet multiplicateur (en équilibre) du niveau de consommation autonome pour Y et r

RE: Une augmentation de c_0 déplace la courbe IS vers la droite: pour un même taux d'intérêt, le revenu augmente car la demande augmente. Imaginons que nous augmentons c_0. Cela implique que $Y = c_0 + c_1(Y - T) + I(r) + G$ n'est plus vérifiée. Pour rétablir l'équilibre, soit Y augmente, soit $I(r)$ diminue, c'est-à-dire, r augmente. Ainsi, le changement de c_0 aura deux effets: une augmentation de Y et une augmentation de r. La taille de chacun de ces effets dépend de l'élasticité. Calculons d'abord l'effet multiplicateur sur Y.

$$Y = c_0 + c_1(Y - T) + I(r) + G \tag{27}$$

$$\frac{M^s}{p} = L(Y, r) \implies \tag{28}$$

$$\mathrm{d}Y = \mathrm{d}c_0 + c_1\mathrm{d}Y + I'\mathrm{d}r \tag{29}$$

$$0 = L'_Y\mathrm{d}Y + L'_r\mathrm{d}r \tag{30}$$

La deuxième équation nous indique que $\mathrm{d}r = -\frac{L'_Y}{L'_r}\mathrm{d}Y$ Ainsi, la première équation devient

$$\mathrm{d}Y = \mathrm{d}c_0 + c_1\mathrm{d}Y - I'\frac{L'_Y}{L'_r}\mathrm{d}Y \tag{31}$$

$$\left(1 - c_1 + I'\frac{L'_Y}{L'_r}\right)\mathrm{d}Y = \mathrm{d}c_0 \tag{32}$$

$$\frac{\mathrm{dY}}{\mathrm{d}c_0} = \frac{1}{1 - c_1 + \widehat{I'}^{<0}\,\widehat{\frac{L'_Y}{L'_r}}^{\frac{>0}{<0}}} \tag{33}$$

$$\frac{\mathrm{dY}}{\mathrm{d}c_0} = \frac{1}{1 - c_1 + \underbrace{I'\frac{L'_Y}{L'_r}}_{>0}} > 0 \tag{34}$$

Dans notre cas: $I' = -\frac{1}{r^2}, L'_Y = \frac{3}{r}, L'_r = -\frac{3Y}{r^2}$. Ainsi,

$$\frac{\mathrm{dY}}{\mathrm{d}c_0} = \frac{1}{1 - c_1 + I'\frac{L'_Y}{L'_r}} \tag{35}$$

$$\frac{\mathrm{dY}}{\mathrm{d}c_0} = \frac{1}{1 - c_1 + I'\frac{L'_Y}{L'_r}} = \frac{1}{1 - c_1 + \frac{1}{rY}} \tag{36}$$

À l'équilibre initial, $Y \simeq 108.1849$ et $r \simeq 10.8185$. Les multiplicateurs sont

$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}c_0} = \frac{1}{1 - c_1 + \frac{1}{rY}} \simeq 1.9966,$$

$$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}c_0} = \frac{1}{10}\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}c_0} \simeq 0.1997,$$

où la seconde égalité vient de la courbe LM, $r = Y/10$.

Pour le changement discret de $c_0 = 50$ à $c_0 = 51$, $\Delta Y \simeq 110.1815 - 108.1849 = 1.99665$, très proche du multiplicateur local mais pas exactement égal à celui-ci.

4. Si l'on calcule un multiplicateur simple sans considérer que r s'ajuste, on obtient: $Y = c_0 + c_1(Y - T) + I(r) + G \implies \mathrm{d}Y = \mathrm{d}c_0 + c_1\mathrm{d}Y \implies \frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}c_0} = \frac{1}{1-c_1}$ D'où vient la différence?

RE: La différence entre $\frac{1}{1-c_1}$ et $\frac{\mathrm{dY}}{\mathrm{d}c_0} = \frac{1}{1-c_1+I'\frac{L'_Y}{L'_r}}$ est le terme $I'\frac{L'_Y}{L'_r}$. Si on ne permet pas d'ajustement pour le taux d'intérêt, alors $I'\mathrm{d}r = 0$ et tout l'effet d'une augmentation de c_0 s'accumule comme augmentation de Y. Voyons-le en fixant r au niveau d'équilibre initiale. Si $r = 10.8184869$ reste fixe, alors $I(r) = 1/r \simeq 0.0924344$. Quand c_0 passe de 50 à 51 à investissement inchangé, Y passe exactement de 108.1848687 à 110.1848687:

l'augmentation est 2. Cela coïncide avec le multiplicateur $\frac{1}{1-c_1} = 2$. Alors, les multiplicateurs **que ne prennent pas en compte les changements dans le taux d'intérêt** ne racontent que la moitié de l'histoire. Si le taux d'intérêt augmente fortement lorsque Y augmente, par exemple lorsque la courbe LM est raide, l'effet d'éviction est plus important et l'effet total sur Y est moindre.

6. Le gouvernement d'une économie souhaite maintenir toujours l'équilibre budgétaire de manière à ce que $T = G$. Dans ce cas, quel est l'effet d'une hausse dans les dépenses publiques sur le niveau de revenu d'équilibre?

   RE: Le revenu d'équilibre augmente. Néanmoins, Y augmenterait davantage si le gouvernement permettait un déficit.

   Si $T = G$, le multiplicateur est inférieur à celui d'une hausse de G financée par déficit parce que la hausse simultanée des impôts réduit la consommation. Dans les deux cas, la hausse du taux d'intérêt évince aussi une partie de l'investissement.

$$Y = c_0 + c_1(Y - T) + I(r) + G \implies \tag{37}$$
$$\mathrm{d}Y = c_1\mathrm{d}Y - c_1\mathrm{d}T + I'\mathrm{d}r + \mathrm{d}G \tag{38}$$
$$0 = L'_Y\mathrm{d}Y + L'_r\mathrm{d}r \tag{39}$$
$$\text{Comment T=G} \implies \mathrm{d}T = \mathrm{d}G \tag{40}$$
$$\mathrm{d}Y = c_1\mathrm{d}Y - c_1\mathrm{d}G + I'\mathrm{d}r + \mathrm{d}G \tag{41}$$
$$(1 - c_1)\mathrm{d}Y = (1 - c_1)\mathrm{d}G + I'\mathrm{d}r \tag{42}$$
$$\mathrm{d}r = -\frac{L'_Y}{L'_r}\mathrm{d}Y \tag{43}$$
$$\left(1 - c_1 + I'\frac{L'_Y}{L'_r}\right)\mathrm{d}Y = (1 - c_1)\mathrm{d}G \tag{44}$$
$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}G} = \frac{1 - c_1}{1 - c_1 + I'\frac{L'_Y}{L'_r}} < 1 \tag{45}$$

   Le multiplicateur est inférieur à 1, car l'augmentation des dépenses est accompagnée d'une hausse des impôts et d'un effet d'éviction via le taux d'intérêt.

7. Normalement, le montant des impôts T n'est pas entièrement forfaitaire mais dépend du niveau de revenu. Si $T = \bar{T} + \tau Y$, avec $\tau \in (0, 1)$ et $C = c_0 + c_1(Y - T)$:

   a. Comment ce changement modifie la manière dont la consommation change avec le revenu?

   RE: Une augmentation du revenu augmente la consommation mais moins

que dans le cas simple. Il est simple de montrer cela à l'aide d'une dérivée.

$$\frac{\partial C(Y-T)}{\partial Y} = \frac{\partial c_0 + c_1(Y-T)}{\partial Y} = c_1 - \tau c_1 = (1-\tau)c_1$$

Dans le cas simple, nous avions $\tau = 0$, le niveau d'imposition est indépendant du niveau de revenu et donc une augmentation du revenu de 1 augmentait le revenu disponible de 1 et la consommation de c_1. Avec $\tau \in (0,1)$, une augmentation du revenu de 1 augmente le revenu disponible de $1-\tau$ et la consommation seulement augmente de $(1-\tau)c_1 < c_1$

b. Comment l'introduction de ce système d'imposition modifie la position et la pente de la courbe IS?

RE: La courbe IS se déplace vers le bas : à revenu Y donné, le taux d'intérêt d'équilibre r diminue. On peut le montrer analytiquement :

$$Y = c_0 + c_1(Y - \bar{T} - \tau Y) + I(r) + G \implies \tag{46}$$
$$0 = -c_1 Y \mathrm{d}\tau + I' \mathrm{d}r \tag{47}$$
$$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\tau} = \frac{c_1 Y}{I'} < 0 \tag{48}$$

car $I' < 0$.

Intuitivement, pour une valeur de production Y, la consommation est plus faible avec $\tau > 0$. Cela laisse une partie plus large du PIB à entre comblée par l'investissement. Par exemple, si $Y = 1000, c_0 = 100, c_1 = 0.6, \bar{T} = 15, G = 25, \tau = 0.2$ cela implique que l'investissement doit être:

$$Y = c_0 + c_1(Y - \bar{T} - \tau Y) + I + G \tag{49}$$
$$1000 = 100 + 0.6(1000 - 15 - 0.2 \times 1000) + I + 25 \tag{50}$$
$$I = 404 \tag{51}$$

Par contre, si τ était $\tau = 0$, le niveau d'investissement qu'équilibrarait le marché des biens serait:

$$Y = c_0 + c_1(Y - \bar{T} - \tau Y) + I + G \tag{52}$$
$$1000 = 100 + 0.6(1000 - 15 - 0 \times 1000) + I + 25 \tag{53}$$
$$I = 284 \tag{54}$$

Comme l'investissement diminue avec r, chaque fois que τ augmente la courbe IS se déplace vers le bas, reflétant ce niveau r inférieur.

La pente change également. En dérivant l'équation IS par rapport à Y, à τ fixé, on obtient

$$1 = c_1(1-\tau) + I'(r)\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}Y}, \qquad \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}Y} = \frac{1 - c_1(1-\tau)}{I'(r)} < 0.$$

Si la sensibilité de l'investissement au taux d'intérêt reste constante, par exemple avec $I(r) = I_0 - br$ et $b > 0$, la pente vaut $-[1 - c_1(1-\tau)]/b$: sa valeur absolue augmente avec τ. La courbe IS devient donc plus pentue lorsque le revenu Y est représenté en abscisse et le taux d'intérêt r en ordonnée. Si $I'(r)$ varie avec r, la formule ci-dessus s'applique localement, mais la comparaison des pentes dépend aussi de cette variation.

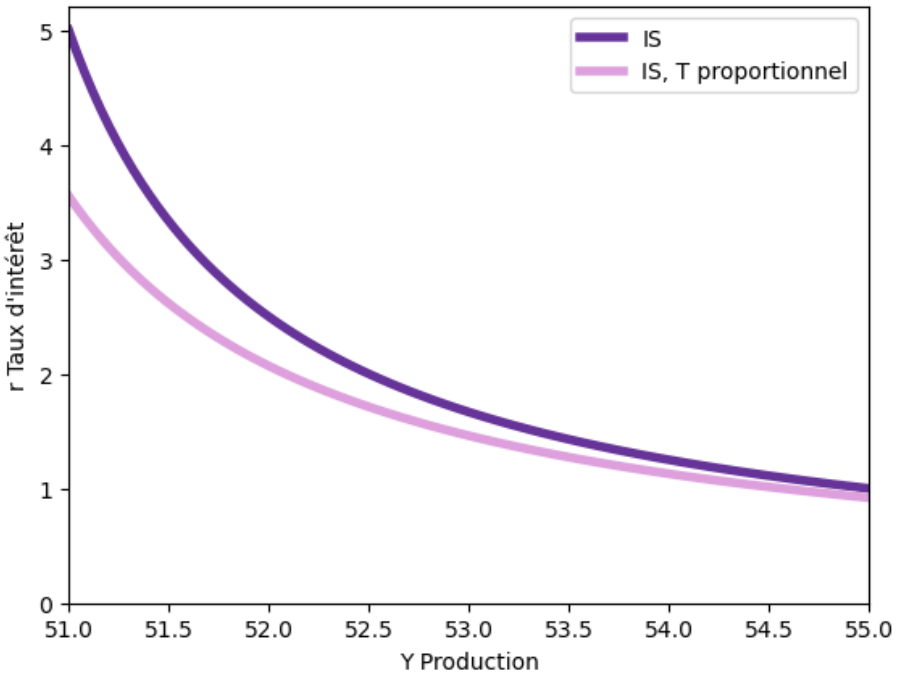


Figure 1: change_t

8. Dans le modèle IS-LM nous avons supposé que la demande d'encaisses réels dépendait du revenu. Une hypothèse plus réaliste serait de supposer que la demande de monnaie répond non pas au revenu mais plutôt au revenu disponible $(Y - T)$.

    1. Si on suppose $Y = \overbrace{5 + 0.6(Y-T)}^{C} + \frac{4}{r} + \overbrace{4}^{G}$ et $\overbrace{50}^{\frac{M^s}{P}} = 2(Y-T) + \frac{0.2}{r}$ calculez le niveau de revenu et le taux d'intérêt d'équilibre quand $T = 1.05$

    RE: $Y \simeq 26.00, r \simeq 1.97$

Il suffit de résoudre le système d'équations.

$$Y = 5 + 0.6(Y - 1.05) + \frac{4}{r} + 4 \tag{55}$$

$$50 = 2(Y - 1.05) + \frac{0.2}{r} \tag{56}$$

La première équation peux s'écrire comme:

$$Y = 5 + 0.6(Y - 1.05) + \frac{4}{r} + 4 \tag{57}$$

$$0.4Y = 8.37 + \frac{4}{r} \tag{58}$$

$$Y = 20.925 + \frac{10}{r} \tag{59}$$

En conséquence, la deuxième équation devient:

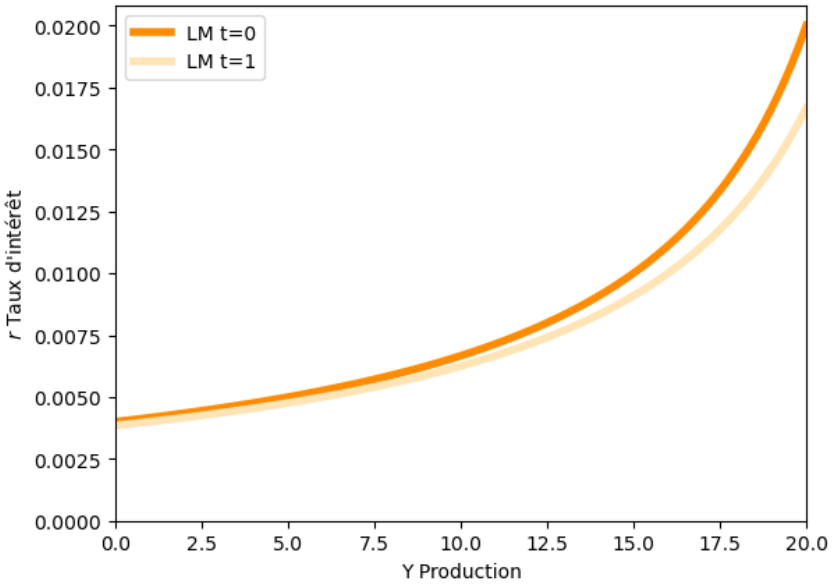
$$50 = 2(20.925 + \frac{10}{r} - 1.05) + \frac{0.2}{r} \tag{60}$$

$$50 = 39.75 + \frac{20.2}{r} \tag{61}$$

$$r^\star \simeq 1.97073 \tag{62}$$

Et donc $Y^\star = 20.925 + \frac{10}{r^\star} \simeq 25.9993$.

2. Dans un même schéma, tracez la courbe LM et montrez comment elle change quand T change.



RE:

On voit que la courbe LM se déplace vers le bas. Avec la modification de la courbe LM, pour un niveau de revenu Y les individus souhaitent détenir moins de monnaie car maintenant la demande de monnaie est proportionnelle au revenu disponible. Ainsi, avec les impôts, un revenu Y implique un revenu disponible $Y - T$ plus faible, ce qui réduit la demande de monnaie au taux d'intérêt initial. Comme l'offre de monnaie n'a pas changé, le taux d'intérêt doit diminuer: cela réduit le coût d'opportunité de détenir de la monnaie et rétablit l'équilibre.