Exercices

1. Si la fonction de consommation est $C = c_0 + c_1(Y - T)$ et la fonction d'investissement $I = b_0 + b_1 Y - b_2 r$,

   1. Calculez le multiplicateur (simple, sans considérer la courbe LM) d'une augmentation des dépenses publiques.

      RE: Avec $C = c_0 + c_1(Y - T)$ et $I = b_0 + b_1 Y - b_2 r$ l'équation IS devient

      $$Y = c_0 + c_1(Y - T) + b_0 + b_1 Y - b_2 r + G \tag{1}$$

      Ainsi, le multiplicateur $\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}G}$ est

      $$\mathrm{d}Y = c_1 \mathrm{d}Y + b_1 \mathrm{d}Y + \mathrm{d}G \frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}G} = \frac{1}{1 - c_1 - b_1} \tag{2}$$

   2. Expliquez la différence avec le cas standard où $b_1 = 0$.

      RE: Pour $0 \leq c_1 < 1$, $b_1 > 0$ et $c_1 + b_1 < 1$, le multiplicateur des dépenses publiques est plus important qu'avec $b_1 = 0$. La différence vient du fait que, maintenant, une hausse des dépenses publiques augmente initialement Y de ΔG. Or, cette augmentation du revenu implique une augmentation de la demande (à cause de l'augmentation du revenu disponible) mais elle *augmente aussi l'investissement*, car le niveau d'investissement dépende positivement de Y. Ceci pourrait passer si, par exemple, les entreprises prenaient le niveau de revenu comme un indice de la performance future de l'économie. Ainsi, avec $Y \uparrow$, elles pensent que l'économie ira mieux et investissent pour pouvoir vendre davantage.

      En conséquence, une augmentation de G d'une unité augmente la demande de $c_1 + b_1 > c_1$, ce qui explique que le multiplicateur soit plus important.

2. Comment ces événements modifient le revenu, le taux d'intérêt, la consommation et l'investissement?

   2.1 Suite à l'invention d'un nouveau processeur, les entreprises décident de changer leurs équipements informatiques.

   RE: Ceci représente un changement de la fonction d'investissement: pour tout taux d'intérêt, l'investissement augmente. La courbe IS se déplace vers la droite. Le revenu (et l'emploi) augmentent. En même temps, comme le revenu augmente et donc la demande d'encaisses réels le fait aussi. Avec une offre d'encaisses réels constante, le taux d'intérêt augmente pour induire les individus à demander moins d'argent et maintenir l'équilibre dans le marché de la monnaie. Au nouveau équilibre, le revenu, le taux d'intérêt, la consommation et l'investissement augmentent (même si r augmente).

2.2 Une vague de fraude bancaire convainc les individus d'augmenter la quantité d'argent détenu.

RE: Une augmentation de la demande d'encaisses fait bouger la courbe LM vers le haut car, avec une offre de monnaie et revenu constantes, le taux d'intérêt doit augmenter. Ce changement de la courbe LM diminue le niveau de revenu et augmente le taux d'intérêt. Au nouveau équilibre, la consommation se réduit car le revenu est plus faible et l'investissement diminue car le taux d'intérêt augmente.

2.3 Un livre intitulé "Retraité riche" convainc les individus d'augmenter leur épargne.

RE: Pour tout niveau de revenu, les individus consomment moins pour épargner davantage. Ceci déplace la courbe IS vers la gauche: le revenu, la consommation et le taux d'intérêt se réduisent. Au contraire, l'investissement augmente parce que la réduction de revenu pousse le taux d'intérêt vers le bas dans le marché de la monnaie.

3. Une économie subit des changements brusques dans ses paramètres de manière récurrente. La banque centrale veut stabiliser le PIB de manière à ce qu'il change le moins possible.

    1. Si les chocs sont de demande (affectent la courbe IS), que devrait faire la banque centrale : fixer l'offre monétaire et laisser le taux d'intérêt s'ajuster ou ajuster l'offre monétaire pour maintenir le taux d'intérêt constant ?

RE: Si tous les chocs économiques proviennent de changements exogènes dans la demande de biens et services, cela signifie que tous les chocs affectent la courbe IS. Supposons qu'un choc fasse passer la courbe IS de IS_1 à IS_2. Le schéma suivant montre l'effet de ce choc sur la production sous les deux politiques. Il est clair que la production fluctue moins si la banque centrale suit une politique de maintien de l'offre monétaire constante.

De manière mathématique, imaginons que les chocs sont représentés par des changements de G. Ainsi, nous aurons que

$$\mathrm{d}Y = c_1 \mathrm{d}Y + I' \mathrm{d}r + \mathrm{d}G \tag{3}$$

$$\mathrm{d}\frac{M^s}{p} = L'_Y \mathrm{d}Y + L'_r \mathrm{d}r \tag{4}$$

Si la banque centrale cherche à maintenir r constant, cela implique $\mathrm{d}r = 0$.

Par conséquence, le multiplicateur est:

$$\mathrm{d}Y = c_1 \mathrm{d}Y + \overbrace{I' \mathrm{d}r}^{0} + \mathrm{d}G \tag{5}$$

$$\mathrm{d}\frac{M^s}{p} = L'_Y \mathrm{d}Y + \underbrace{L'_r \mathrm{d}r}_{0} \tag{6}$$

$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}G} = \frac{1}{1 - c_1} \tag{7}$$

Par contre, si la banque centrale maintient l'offre monétaire inchangée, cela implique $\mathrm{d}\frac{M^s}{p} = 0$. Ainsi:

$$\mathrm{d}Y = c_1 \mathrm{d}Y + I' \mathrm{d}r + \mathrm{d}G \tag{8}$$

$$\underbrace{\mathrm{d}\frac{M^s}{p}}_{0} = L'_Y \mathrm{d}Y + L'_r \mathrm{d}r \tag{9}$$

$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}G} = \frac{1}{1 - c_1 + I' \frac{L'_Y}{L'_r}} \tag{10}$$

Avec $I'(r) < 0$, $L'_Y > 0$, $L'_r < 0$ et un dénominateur positif, $\frac{1}{1-c_1} > \frac{1}{1-c_1+I'\frac{L'_Y}{L'_r}}$. Un même changement de G affecte donc plus Y quand la banque centrale maintient r fixe.

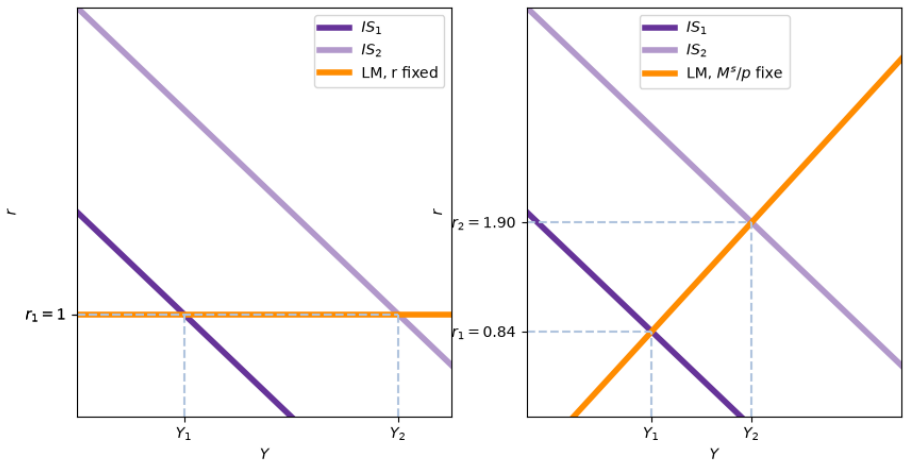


Figure 1: ex_3_1

2. Et si les chocs proviennent de changements dans la demande de monnaie ?

RE: Si tous les chocs économiques proviennent de changements exogènes dans la demande de monnaie, cela signifie que tous les chocs affectent la courbe LM. Si la banque centrale ajuste l'offre monétaire pour maintenir le taux d'intérêt constant, elle neutralise le déplacement de LM provoqué par ces chocs. Mathématiquement, supposons que la demande de monnaie dépende d'un paramètre z, avec $L'_z > 0$ pour un choc positif de demande de monnaie. Ainsi:

$$Y = c_0 + c_1(Y - T) + I(r) + G \tag{11}$$

$$\frac{M^s}{p} = L(Y, r; z) \tag{12}$$

$$\tag{13}$$

$$\mathrm{d}Y = c_1 \mathrm{d}Y + I' \mathrm{d}r \tag{14}$$

$$\mathrm{d}\frac{M^s}{p} = L'_Y \mathrm{d}Y + L'_r \mathrm{d}r + L'_z \mathrm{d}z \tag{15}$$

Si la banque centrale cherche à maintenir r constant, alors $\mathrm{d}r = 0$ et

$$(1 - c_1)\mathrm{d}Y = 0 \implies \mathrm{d}Y = 0 \tag{16}$$

Ainsi, nous aurons que

$$\mathrm{d}\frac{M^s}{p} = \overbrace{L'_Y \mathrm{d}Y}^{0} + \overbrace{L'_r \mathrm{d}r}^{0} + L'_z \mathrm{d}z = L'_z \mathrm{d}z \tag{17}$$

Par contre, si la banque centrale laisse la courbe LM changer sans intervenir $\mathrm{d}\frac{M^s}{p} = 0$ et

$$\mathrm{d}Y = c_1 \mathrm{d}Y + I' \mathrm{d}r \tag{18}$$

$$\overbrace{\mathrm{d}\frac{M^s}{p}}^{0} = L'_Y \mathrm{d}Y + L'_r \mathrm{d}r + L'_z \mathrm{d}z \tag{19}$$

$$\tag{20}$$

Ainsi

$$0 = L'_Y \mathrm{d}Y + L'_r \mathrm{d}r + L'_z \mathrm{d}z \tag{21}$$

$$\mathrm{d}r = (-1) \times \frac{L'_Y \mathrm{d}Y + L'_z \mathrm{d}z}{L'_r} \tag{22}$$

Sur la courbe IS cela implique que:

$$\mathrm{d}Y = c_1 \mathrm{d}Y + I' \mathrm{d}r \tag{23}$$

$$(1 - c_1)\mathrm{d}Y = (-1) \times I' \frac{L'_Y \mathrm{d}Y + L'_z \mathrm{d}z}{L'_r} \tag{24}$$

$$(1 - c_1 + I' \frac{L'_Y}{L'_r})\mathrm{d}Y = (-1) \times I' \frac{L'_z \mathrm{d}z}{L'_r} \tag{25}$$

$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}z} = (-1) \times \frac{I' \frac{L'_z}{L'_r}}{1 - c_1 + I' \frac{L'_Y}{L'_r}} \tag{26}$$

Clairement, cette dernière expression est différente de zéro.

4. Imaginez que la demande d'encaisses réels dépend du revenu disponible $Y - T$ en lieu du revenu Y, c'est-à-dire, $L(Y - T, r)$.

    1. Comment cette nouvelle fonction de demande d'encaisses réels modifie l'effet des changements des dépenses du gouvernement?

    RE: Cela ne modifie pas l'impacte d'une augmentation ou diminutions des dépenses publiques. En effet, un changement de G déplace la courbe IS (soit à droite, soit à gauche), laissant inchangée la courbe LM.

    2. Comment cette nouvelle fonction de demande d'encaisses réels modifie l'effet des changements des impôts?

    RE: Maintenant, un changement d'impôts impacte sur la courbe IS et LM. Imaginons une réduction d'impôts. Cela déplace la courbe IS vers la droite, comme dans le cas standard. Néanmoins, une diminution de T implique que la demande d'encaisses réels augmente. Par conséquence, la courbe LM se déplace vers le haut. Ainsi, en remplaçant le revenu par le revenu disponible dans la demande de monnaie, l'effet total d'une réduction d'impôts devient ambigu. En posant $A = I' L'_{Y-T} / L'_r > 0$, on obtient $\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}T} = \frac{A - c_1}{1 - c_1 + A}$: une réduction d'impôts réduit le PIB si $A > c_1$. *Note*: $c_0 = 1, c_1 = 0.5, G = 5, I(r) = \frac{1}{r}, L(Y - T, r) = \frac{Y - T}{r}, \frac{M^s}{p} = 100, T_0 = \frac{9655}{448}, T_1 = \frac{2167}{224}$

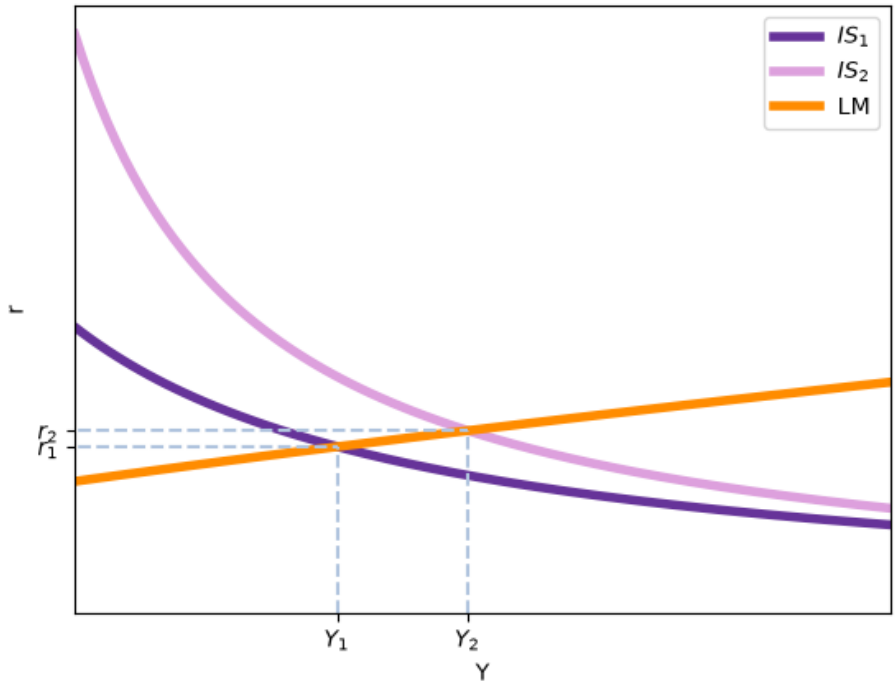
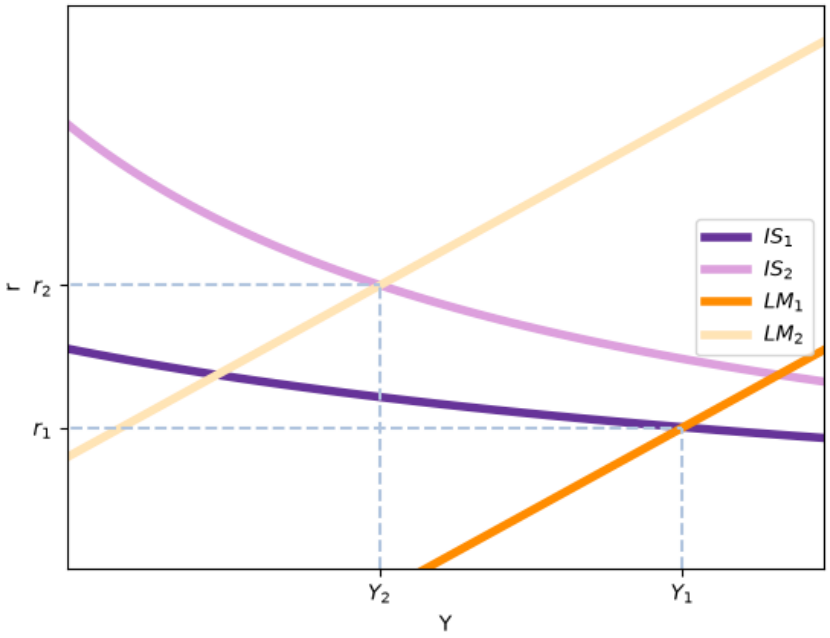


Figure 2: ex_4.1



5. Avec une courbe IS standard $Y = c_0 + c_1(Y - T) + I(r) + G$, quelle politique déplace davantage la courbe *vers la droite*: une réduction des impôts de 100e ou une augmentation des dépenses publiques de 100e?

   RE: Une augmentation des dépenses publiques de 100e. Il suffit de calculer le multiplicateur (simple, hors équilibre) pour dT et dG.

$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}G} = \frac{1}{1 - c_1} \tag{27}$$

$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}T} = -\frac{c_1}{1 - c_1} \tag{28}$$

6. L'économie d'un pays est décrite par les fonctions suivantes: Dans cet exercice, r est mesuré en points de pourcentage.

$$C = 300 + 0.6 * (Y - T) \tag{29}$$

$$I = 700 - 80r \tag{30}$$

$$L(Y, r) = Y - 200r \tag{31}$$

$$G = 500 \tag{32}$$

$$T = 500 \tag{33}$$

$$M^s = 3000 \tag{34}$$

$$p = 3 \tag{35}$$

   1. Tracez la courbe IS

RE: La courbe IS est donnée par l'équation $Y = C + I + G \implies Y = 300 + 0.6(Y - 500) + 700 - 80r + 500$, et donc $r = 15 - 0.005y$

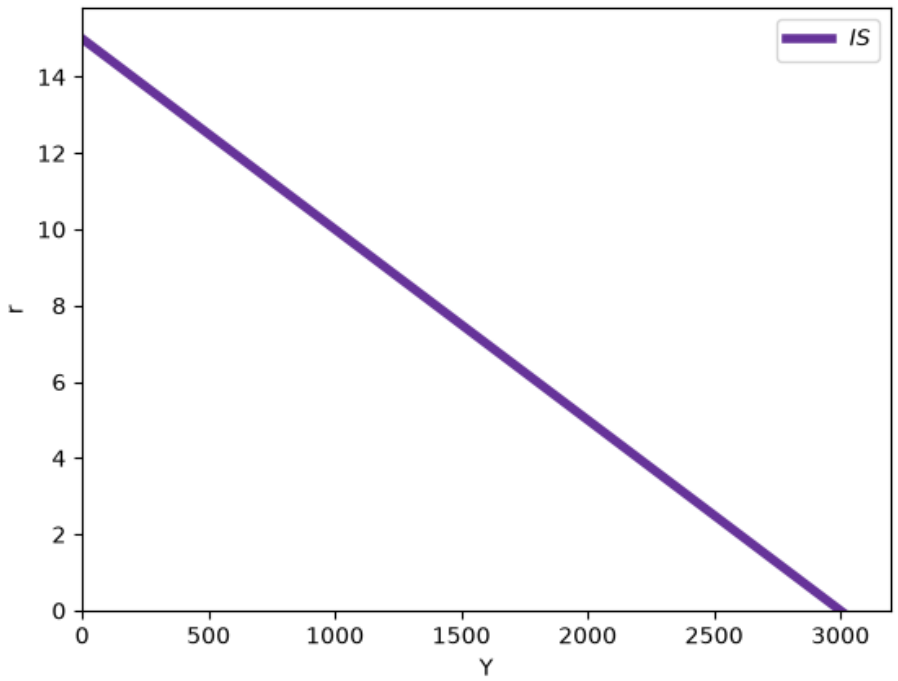


Figure 3: ex_6.1

2. Tracez la courbe LM

RE: La courbe LM est donnée par l'équation $\frac{M^s}{p} = L(Y, r) \implies 1000 = Y - 200r$ et donc $r = \frac{Y-1000}{200}$

3. Calculez le niveau de revenu et le taux d'intérêt d'équilibre.

RE: L'équilibre est donné par l'intersection de IS et LM. $15 - 0.005Y = \frac{Y-1000}{200}$ et donc $Y^\star = 2000$ Ainsi, $r^\star = 15 - 0.005 \times 2000 = 5$

4. Si les dépenses publiques augmentent de 500 à 700, quel est le nouveau équilibre?

```
**RE**:
Avec $G=700$ nous avons
$Y = 300 + 0.6(Y-500) + 700 - 80r + 700$ et donc $r = 17.5 - 0.005 Y$
Par conséquence, le nouveau équilibre est
$17.5 - 0.005 Y = \frac{Y-1000}{200}$ et $Y^\star_2 = 2250$ et $r^\star = 17.5 - 0.005
```

5. Avec $G = 700$, imaginez que l'offre de monnaie M^s augmente de 3000 à 4500. Calculez le nouvel équilibre.

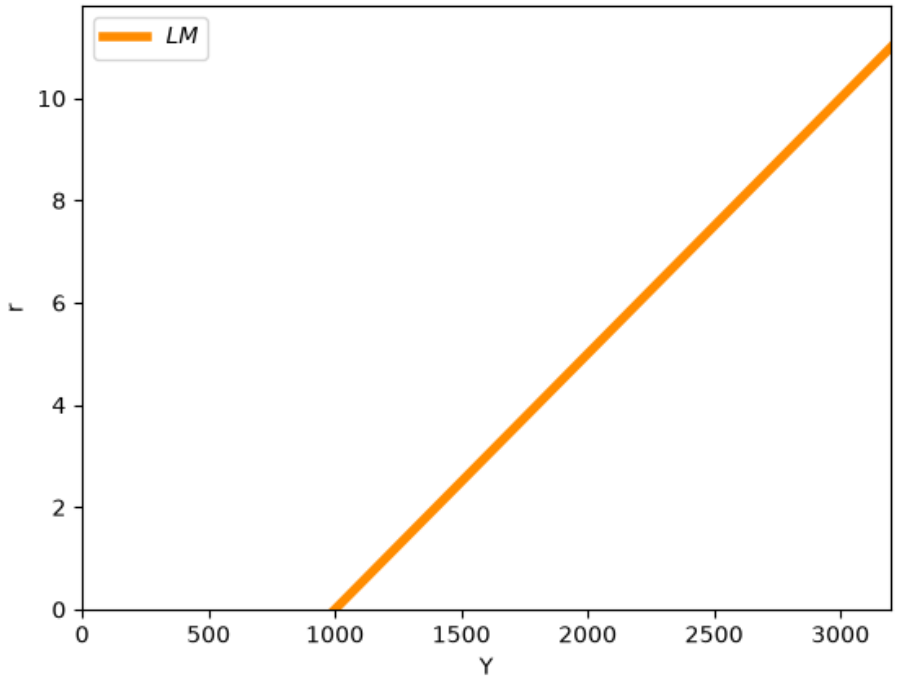


Figure 4: ex_6.2

```
**RE**:
    Avec $M^s=4500$, la courbe LM devient $\frac{4500}{3} = Y - 200r \implies 1500 = Y
    Ainsi, le nouveau équilibre résout
    $17.5 - 0.005 Y = \frac{Y-1500}{200} \implies Y^\star = 2500, r^\star = 5$.
```

7. Un pays se trouve en période préélectorale, et son économie est en difficulté. Le président cherche à la relancer.

    1. Quelle stratégie devrait-il adopter : augmenter les dépenses publiques ou réduire les impôts ?

RE: Pour $0 < c_1 < 1$ et un dénominateur $1-c_1+I'\frac{L'_Y}{L'_r} > 0$, l'augmentation des dépenses publiques stimulera davantage l'économie pour un même montant: $\frac{1}{1-c_1+I'\frac{L'_Y}{L'_r}} > \frac{c_1}{1-c_1+I'\frac{L'_Y}{L'_r}}$.

2. L'opposition critique régulièrement le gouvernement en raison du déficit budgétaire. Le président envisage la possibilité d'augmenter l'offre monétaire pour stimuler l'économie. Quels sont les avantages et les inconvénients de cette option en comparaison avec une augmentation des dépenses publiques et des impôts tout en maintenant l'équilibre budgétaire ?

RE: Analysons d'abord l'impacte totale d'une augmentation des dépenses publiques compensé totalement par une augmentation équivalente des impôts. Le multiplicateur $\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}G}$ peut se calculer avec:

$$Y = c_0 + c_1(Y - T) + I(r) + G \tag{36}$$
$$\frac{M^s}{p} = L(Y, r) \tag{37}$$
$$\mathrm{d}G = \mathrm{d}T \tag{38}$$

Où la dernière ligne indique que l'augmentation des dépenses publiques $\mathrm{d}G$ est égale à l'augmentation des impôts $\mathrm{d}T$. Ainsi, nous avons:

$$\mathrm{d}Y = c_1\mathrm{d}Y - c_1\mathrm{d}T + I'\mathrm{d}r + \mathrm{d}G \tag{39}$$
$$0 = L'_Y\mathrm{d}Y + L'_r\mathrm{d}r \tag{40}$$
$$\mathrm{d}G = \mathrm{d}T \tag{41}$$

$$(1 - c_1)\mathrm{d}Y = (1 - c_1)\mathrm{d}G + I'\mathrm{d}r \tag{42}$$
$$\mathrm{d}r = -\frac{L'_Y}{L'_r}\mathrm{d}Y \tag{43}$$
$$\tag{44}$$

$$(1-c_1)\mathrm{d}Y = (1-c_1)\mathrm{d}G - I'\frac{L'_Y}{L'_r}\mathrm{d}Y \tag{45}$$

$$(1-c_1+\underbrace{I'}_{<0}\underbrace{\frac{\overbrace{L'_Y}^{>0}}{L'_r}}_{<0})\mathrm{d}Y = (1-c_1)\mathrm{d}G \tag{46}$$

$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}G} = \frac{1-c_1}{1-c_1+I'\frac{L'_Y}{L'_r}} < 1 \tag{47}$$

Ainsi, la politique visant à augmenter les impôts et les dépenses publiques du même montant a un effet multiplicateur total (c'est-à-dire, une fois considéré l'effet d'éviction) inférieur à 1. Cela veut dire qu'une augmentation de G et T de 1 euro fait augmenter le PIB de moins d'une euro. Une expansion monétaire n'aggrave pas directement le déficit budgétaire et peut être puissante si l'investissement réagit fortement à la baisse du taux d'intérêt. Elle comporte néanmoins des limites: faible efficacité dans une trappe à liquidité ou lorsque l'investissement réagit peu au taux, risque d'inflation, effets sur les prix d'actifs et le taux de change, et contraintes de crédibilité ou d'indépendance de la banque centrale. Le multiplicateur suivant porte sur les encaisses réelles. Pour une variation de la masse monétaire nominale, il faut supposer p fixe et multiplier le résultat par $1/p$:

$$(1-c_1)\mathrm{d}Y = I'\mathrm{d}r \tag{48}$$

$$\mathrm{d}\frac{M^s}{p} = L'_Y\mathrm{d}Y + L'_r\mathrm{d}r \tag{49}$$

$$(1-c_1)\mathrm{d}Y = I'\mathrm{d}r \tag{50}$$

$$\frac{\mathrm{d}\frac{M^s}{p} - L'_Y\mathrm{d}Y}{L'_r} = \mathrm{d}r \tag{51}$$

$$(1-c_1)\mathrm{d}Y = I'\frac{\mathrm{d}\frac{M^s}{p} - L'_Y\mathrm{d}Y}{L'_r} \tag{52}$$

$$(1-c_1+I'\frac{L'_Y}{L'_r})\mathrm{d}Y = I'\frac{1}{L'_r}\mathrm{d}\frac{M^s}{p} \tag{53}$$

$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}\frac{M^s}{p}} = \frac{I'\frac{1}{L'_r}}{1-c_1+I'\frac{L'_Y}{L'_r}} \tag{54}$$

3. Le pays fait partie de l'Union Européenne, ce qui signifie qu'il ne peut pas recourir à une politique monétaire indépendante. Pour limiter les critiques de l'opposition, le président envisage d'annoncer que l'augmentation

des dépenses publiques qu'il projette permettrait, en fait, de réduire le déficit par rapport au PIB. Est-ce possible ?

RE: Dans le modèle IS-LM retenu ici, où T est forfaitaire et fixe et le déficit vaut $G-T$, l'annonce est fausse. Dans un modèle plus général avec recettes fiscales endogènes ou d'autres postes budgétaires, la conclusion pourrait être différente. Mathématiquement, on cherche à montrer que $\frac{\mathrm{d}\frac{G-T}{Y}}{\mathrm{d}G} < 0$ est impossible sous les hypothèses de ce modèle.
Option simple:
Imaginons qu'il n'y a pas d'effet d'éviction (c'est le cas le plus favorable car le multiplicateur est moins important quand l'effet d'éviction est présent). Ainsi, une augmentation de G de ΔG génère une hausse de Y de $\frac{1}{1-c_1}\Delta G$. En conséquence, le ratio $\frac{G-T}{Y}$ change de $\frac{G-t}{Y}$ à $\frac{G+\Delta G-T}{Y+\frac{1}{1-c_1}\Delta G}$. Si le déficit rapporté au PIB diminue avec une augmentation de G, alors on devrait avoir:

$$\frac{G+\Delta G-T}{Y+\frac{1}{1-c_1}\Delta G} < \frac{G-T}{Y} \tag{55}$$

Nous pouvons montrer que ceci est *toujours* faux et, donc, que l'affirmation du président est fausse.

$$\frac{G+\Delta G-T}{Y+\frac{1}{1-c_1}\Delta G} < \frac{G-T}{Y} \implies \tag{56}$$

$$Y(G+\Delta G-T) < (Y+\frac{1}{1-c_1}\Delta G)(G-T) \implies \tag{57}$$

$$YG+Y\times\Delta G-YT < YG-YT+\frac{1}{1-c_1}\Delta G(G-T) \implies \tag{58}$$

$$Y\times\Delta G < \frac{1}{1-c_1}\Delta G(G-T) \implies \tag{59}$$

$$Y < \frac{1}{1-c_1}(G-T) \implies \tag{60}$$

$$(1-c_1)Y < G-T \tag{61}$$

Or $Y = c_0 + c_1(Y-T) + I(r) + G \implies Y = \frac{c_0-c_1T+I(r)+G}{1-c_1}$, alors

$$(1-c_1)Y < G-T \implies \tag{62}$$

$$(1-c_1)\frac{c_0-c_1T+I(r)+G}{1-c_1} < G-T \implies \tag{63}$$

$$c_0-c_1T+I(r)+G < G-T \implies \tag{64}$$

$$c_0-c_1T+I(r) < -T \implies \tag{65}$$

$$c_0-c_1T+I(r)+T < 0 \implies \tag{66}$$

$$c_0+(1-c_1)T+I(r) < 0 \tag{67}$$

Clairement, cette dernière ligne est fausse car $c_0 > 0$, $\overbrace{(1-c_1)}^{>0} T > 0$ et $I(r) \geq 0$. En conséquence, **aucune augmentation de G ne peut *diminuer* le ratio déficit-PIB dans ce modèle**.

Option plus avancée
On différence $\frac{G-T}{Y}$ par rapport à G en sachant que Y est une fonction de G:

$$\frac{\mathrm{d}\frac{G-T}{Y}}{\mathrm{d}G} = \frac{1Y - \frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}G}(G-T)}{Y^2} < 0 \tag{68}$$

$$\frac{\mathrm{d}\frac{G-T}{Y}}{\mathrm{d}G} = \frac{Y - \frac{1}{1-c_1+I'\frac{L'_Y}{L'_r}}(G-T)}{Y^2} < 0 \tag{69}$$

Comme $Y^2 > 0$, il suffit que $Y - \frac{1}{1-c_1+I'\frac{L'_Y}{L'_r}}(G-T) < 0$. Si l'on réorganise:

$$Y - \frac{1}{1-c_1+I'\frac{L'_Y}{L'_r}}(G-T) < 0 \implies \tag{70}$$

$$Y < \frac{1}{1-c_1+I'\frac{L'_Y}{L'_r}}(G-T) \implies \tag{71}$$

$$1 < \frac{1}{1-c_1+I'\frac{L'_Y}{L'_r}}\frac{(G-T)}{Y} \implies \tag{72}$$

$$1-c_1+I'\frac{L'_Y}{L'_r} < \frac{G-T}{Y} \tag{73}$$

Le cas le plus favorable est si $I'\frac{L'_Y}{L'_r} = 0$. Ainsi, si l'on montre que même pour ce cas l'inégalité n'est jamais vérifiée, alors il est toujours impossible. Imaginons que cela vient du fait que $I(r) = i_0 > 0$ sans dépendre de r. Imposons $I'\frac{L'_Y}{L'_r} = 0$

$$1-c_1 < \frac{G-T}{Y} \tag{74}$$

Dans ce cas, $Y = c_0 + c_1(Y-T) + i_0 + G \implies Y = \frac{c_0+i_0+G-c_1T}{1-c_1}$ En conséquence, le cas le plus favorable devient:

$$1-c_1 < \frac{G-T}{Y} \tag{75}$$

$$1-c_1 < \frac{(G-T)(1-c_1)}{c_0+i_0+G-c_1T} \tag{76}$$

$$1 < \frac{G-T}{c_0+i_0+G-c_1T} \tag{77}$$

$$c_0+i_0+G-c_1T < G-T \tag{78}$$

$$c_0+i_0+(1-c_1)T < 0 \tag{79}$$

Où nous avons utilisé que, à cause du déficit, $G-T > 0$ et donc $G-c_1 T > 0$. La dernière ligne est une contradiction car $1 - c_1 > 0$. En conséquence, aucune augmentation de G ne peut diminuer le déficit par rapport au PIB dans ce modèle.